# Über einfache Finslersche Räume.

Meinem verehrten Lehrer Prof. Dr O. Varga anlässlich seines 50. Geburtstages gewidmet.

Von GY. SOÓS (Debrecen).

In dieser Arbeit beschäftigen wir uns mit einer besonderen Klasse von Finslerschen Räumen. Es handelt sich um diejenigen Finslerschen Räume, die den Bedingungen

$$A_{ijk|m} = 0, \tag{0. 1}$$

$$A_m R^m_{0\,kh} = 0 \tag{0. 2}$$

genügen. Der Kürze halber werden Räume obiger Art einfache Finslersche Räume genannt. Diese Räume verhalten sich, bezüglich einer Reihe von Eigenschaften, wie Riemannsche und Minkowskische Räume, womit die Benennung, in gewissem Maße, gerechtfertigt scheint.

Aus der ersten Bedingung folgt

$$\dot{\partial}_h \Gamma^{*j}_{i\,k} = 0, \qquad \left(\dot{\partial}_h = \frac{\partial}{\partial v^h}\right) \tag{0. 3}$$

ferner verschwindet der zweite Krümmungstensor

$$P^{j}_{i\,kh} = 0 \tag{0. 4}$$

des Raumes.

Wegen (0, 2) und (0, 3) hat der Hauptkrümmungstensor $R^{*j}_{i\,kh} = R^{j}_{i\,kh} - A^{j}_{i\,m} R^{m}_{0\,kh}$ eines einfachen Finslerschen Raumes die Gestalt:

$$R^{*j}_{i\,kh} = \frac{\partial \Gamma^{*j}_{i\,k}}{\partial x^h} - \frac{\partial \Gamma^{*j}_{i\,h}}{\partial x^k} + \Gamma^{*m}_{i\,k} \Gamma^{*j}_{m\,h} - \Gamma^{*m}_{i\,h} \Gamma^{*j}_{m\,k}. \tag{0. 5}$$

Dieser Tensor hängt wegen (0. 3) vom Linienelement nicht ab, und besitzt die folgenden Eigenschaften:

$$R^{*i}_{h\,kl} + R^{*i}_{k\,lh} + R^{*i}_{l\,hk} = 0 \tag{0. 6}$$

$$R^{*i}_{j\,kl|m} + R^{*i}_{j\,lm|k} + R^{*i}_{j\,mk|l} = 0. \tag{0. 7}$$

Verjüngt man in (0. 5) nach $i$ und $j$, so erhält man

$$R^{*s}_{s\,kh} = \frac{\partial \Gamma^{*s}_{s\,k}}{\partial x^h} - \frac{\partial \Gamma^{*s}_{s\,h}}{\partial x^k}.$$

Nach Formel XII. (CARTAN [2]) ist

$$\Gamma^{*s}_{s\,k} = \frac{\partial \log \sqrt{g}}{\partial x^k} - (\dot{\partial}_r \log \sqrt{g})\, G^r_k = (\log \sqrt{g})_{|k}, \tag{0. 8}$$

folglich kann man $R^{*s}_{s\,kh}$ unter Benützung von (0, 3) in der Form

$$R^{*s}_{s\,kh} = (\log \sqrt{g})_{|k|k} - (\log \sqrt{g})_{|h|k} \tag{0. 9}$$

schreiben. Nach einer bekannten Vertauschungsformel ist aber

$$(\log \sqrt{g})_{|k|h} - (\log \sqrt{g})_{|h|k} = -(\log \sqrt{g})_{||m} R^m_{0\,kh} = -A_m R^m_{0\,kh}. \tag{0. 10}$$

Also ist im Falle eines einfachen Finslerschen Raumes

$$R^{*s}_{s\,kh} = 0. \tag{0. 11}$$

Auf Grund dieser Formel und der Relation (0. 6) stellt man fest, daß der „Riccische“ Tensor

$$R^*_{ik} = R^{*s}_{i\,ks} \tag{0. 12}$$

symmetrisch ist:

$$R^*_{ik} = R^*_{ki}. \tag{0. 13}$$

Auch dieser Tensor ist vom Linienelement unabhängig:

$$R^*_{ik||m} = 0. \tag{0. 14}$$

Wir beweisen jetzt den folgenden

**Satz 1.** *Existiert in einem Finslerschen Raum ein absoluter Parallelismus für Linienelemente und ist noch* (0. 1) *erfüllt, so ist der Raum einfach und darüber hinaus ein Minkowskischer Raum.*

BEWEIS. Die Räume mit absolutem Parallelismus der Linienelemente sind durch[1])

$$R^j_{0\,kh} = 0$$

gekennzeichnet. Also ist (0. 2) erfüllt. Aus dieser Gleichung folgt

$$R^j_{0\,kh||m} = (R^{*j}_{i\,kh}\, l^i)_{||m} = R^{*j}_{i\,kh}\, l^i_{||m} = R^{*j}_{i\,kh}\,(\delta^i_m - l^i l_m) = R^{*j}_{m\,kh} - R^{*j}_{0\,kh} l_m = R^{*j}_{m\,kh} = 0.$$

---

[1]) Siehe [2], S. 38.

Auf Grund der Eigenschaften[2])

$$A_{ijk|m}=0,\ R^{*\,j}_{m\ kh}=0 \tag{0.15}$$

ist der fragliche Raum ein Minkowskischer Raum.

**Satz 2.** *Ein einfacher Finslersche Raum skalarer Krümmung ist entweder ein Minkowskischer Raum, oder ein Riemannscher Raum konstanter Krümmung.*

BEWEIS. In einem Finslerschen Raum skalarer Krümmung hat der Tensor $R^{\;j}_{0\;im}$ die kennzeichnende Gestalt:[3])

$$R^{\;j}_{0\;im}=\frac{1}{3}R_{||i}(\delta^j_m-l^j l_m)-\frac{1}{3}R_{||m}(\delta^j_i-l^j l_i)+R(l_i\delta^j_m-l_m\delta^j_i) \tag{0.16}$$

wobei

$$R(x,v)=\frac{1}{n-1}R^{\;s}_{0\;0s}=\frac{1}{n-1}R^{*s}_{0\;0s} \tag{0.17}$$

den Krümmungsskalar des Raumes bedeutet.

Setzt man (0, 16) in (0, 2) ein, so erhält man

$$\frac{1}{3}R_{||i}A_m-\frac{1}{3}A_iR_{||m}+R(l_iA_m-l_mA_i)=0.$$

Durch Überschiebung mit $l^i$ bekommt man endlich

$$RA_m=0. \tag{0.18}$$

Daraus folgt entweder $R(x,v)=0$, oder $A_m=0$.

Im ersten Falle folgt auf Grund von (0. 16), daß $R^{\;j}_{0\;im}=0$, somit ist der Raum nach Satz 1 ein Minkowskischer Raum. Im zweiten Falle ist der Raum, nach einem Resultat von A. DEICKE,[4]) ein Riemannscher Raum. Es wird gezeigt, daß dieser Raum von konstanter Krümmung ist.

Nach BERWALD[5]) sind unter den Finslerschen Räumen skalarer Krümmung die Räume konstanter Krümmung duch

$$K_{ji}=K_{ij},\ K_{ij}=K^{\;s}_{i\;js}$$

gekennzeichnet. Im Falle eines einfachen Finslerschen Raumes stimmt aber

---

[2]) Siehe [2], S. 39.
[3]) Siehe [1], S. 774.
[4]) Siehe [3].
[5]) Siehe [1], S. 775.

der Tensor $K_{i\ kh}^{\ j}$ der affinen Krümmung mit dem Tensor $R_{i\ kh}^{*\ j}$ überein:[6])

(0. 19) $$K_{i\ kh}^{\ j} = R_{i\ kh}^{*\ j}.$$

Nach (0. 13) ist aber

$$K_{ij} = R_{ij}^{*} = R_{ji}^{*} = K_{ji},$$

folglich ist $R$ eine Konstante, und der Tensor $R_{0\ im}^{\ j}$ in (0. 16) wird die Gestalt

(0. 20) $$R_{0\ im}^{\ j} = R(l_i \delta_m^j - l_m \delta_i^j), \quad R = \text{const.}$$

haben. Aus dieser Gleichung erhält man

$$(R_{s\ im}^{*\ j} l^s)_{||k} = R(l_{i||k}\delta_m^j - l_{m||k}\delta_i^j) =$$
$$= R_{k\ im}^{*\ j} - R_{0\ im}^{\ j} l_k = R[(g_{ik} - l_i l_k)\delta_m^j - (g_{mk} - l_m l_k)\delta_i^j]$$

Setzt man nun den Wert von $R_{0\ im}^{\ j} l_k$ aus (0. 20) ein, so bekommt man für $R_{k\ im}^{*\ j}$ den Ausdruck

$$R_{k\ im}^{*\ j} = R(\delta_m^j g_{ik} - \delta_i^j g_{mk}), \quad R = \text{const.}$$

Durch diese Gestalt des Tensors $R_{k\ im}^{*j}$ sind die Riemannschen Räume konstanter Krümmung charakterisiert. Damit ist der Beweis des Satzes 2 beendet.

**Korollar.** *Ein einfacher Finslerscher Raum (nichtverschwindender) konstanter Krümmung ist ein Riemannscher Raum konstanter Krümmung.*

Außer Satz 2 gilt auch folgender, etwas allgemeinerer

**Satz 3.** *Ein einfacher Finslerscher Raum, der die Projektivkrümmung Null hat, ist entweder ein Minkowskischer Raum, oder ein Riemannscher Raum konstanter Krümmung.*

Beweis. Es genügt zu zeigen, daß ein einfacher Raum mit verschwindender Projektivkrümmung ein Raum skalarer Krümmung ist.

Wir rechnen zuerst den Tensor der Projektivkrümmung eines einfachen Raumes aus.

Im allgemeinen Falle hat dieser Tensor folgende Gestalt:

$$W_{j\ kh}^{\ i} = K_{j\ kh}^{\ i} + \frac{1}{n+1}\delta_j^i(K_{kh} - K_{hk}) + \frac{1}{n^2-1}\delta_k^i(nK_{jh} + K_{hj}) -$$
$$- \frac{1}{n^2-1}\delta_h^i(nK_{jk} + K_{kj}) + \frac{1}{n+1} v^i \dot{\partial}_j(K_{kh} - K_{hk}) +$$
$$+ \frac{1}{n^2-1}\delta_k^i v^m \dot{\partial}_j K_{hm} - \frac{1}{n^2-1} v^m \delta_h^i K_{km}.$$

[6]) Siehe [1], S. 772.

Im Falle eines einfaches Raumes ist wegen (0. 19) und (0. 11)

$$K_{kh}-K_{hk}=-K_{r\,kh}^{\,r}=-R^{*r}_{r\,kh}=0.$$

Der Tensor $K_{hk}=R^{*}_{hk}$ ist eine Ortsfunktion, daher reduziert sich der Tensor $W_{j\,kh}^{\,i}$ auf die Form

$$W_{j\,kh}^{\,i}=R^{*i}_{j\,kh}-\frac{1}{n-1}(\delta_h^i R^*_{jk}-\delta_k^i R^*_{jh}). \tag{0.21}$$

Unter den Räumen mit $W_{j\,kh}^{\,i}=0$ sind die Räume skalarer Krümmung durch

$$(n+1)(R_{0\,hp}^{\,p}-R_{0\,0p}^{\,p}\,l_h)+(n-2)(R_{0\,0h}^{\,p}\,A_p+A_{h|0|0})=0$$

charakterisiert.[7]) In unserem Falle ist diese Bedingung wegen (0. 1) und (0. 2)

$$R_{0\,hp}^{\,p}=R_{0\,0p}^{\,p}\,l_h\,.$$

Aus (0. 21) folgt

$$R_{0\,0h}^{\,i}=\frac{1}{n-1}(\delta_h^i R_{0\,0s}^{\,s}-l^i R_{0\,hs}^{\,s})$$

Überschiebung mit $l_i$ ergibt

$$R_{0\,0s}^{\,s}\,l_h-R_{0\,hs}^{\,s}=0.$$

Damit ist gezeigt, daß der Raum von skalarer Krümmung ist. Die Richtigkeit des Satzes 3 folgt daher aus der des Satzes 2.

## § 1. Geodätische Abbildungen einfacher Räume auf einfache Räume.

In diesem § stützen wir uns auf die Berwaldsche Theorie der Finslerschen Räume. Später kehren wir aber zur Cartanschen Theorie zurück.

Sind zwei Finslersche Räume $\overline{F}$ und $F$ aufeinander geodätisch abgebildet, so hängen die Funktionen $\overline{G}^i$ bzw. $G^i$ auf folgende Weise zusammen:

$$\overline{G}^i=G^i+Q(x,v)v^i, \tag{1.1}$$

wobei $Q$ in den $v^i$ homogen von erster Ordnung ist.

Durch Ableitung nach $v^j$ erhalten wir

$$\overline{G}^i_j=G^i_j+Q_j v^i+Q\delta^i_j,\quad Q_j=\dot{\partial}_j Q. \tag{1.2}$$

Eine weitere Ableitung nach $v^k$ ergibt

$$\overline{G}^i_{jk}=G^i_{jk}+Q_{jk}v^i+Q_k\delta^i_j+Q_j\delta^i_k \tag{1.3}$$
$$Q_{jk}=\dot{\partial}_k Q_j.$$

[7]) Siehe [1], S. 776.

Wir schreiben (1.3) in der Form

$$\overline{G}_{j\,k}^{\,i} = G_{j\,k}^{\,i} + b_{j\,k}^{\,i}, \quad b_{j\,k}^{\,i} = b_{kj}^{i}. \tag{1.4}$$

Es liege nun ein beliebiges Tensorfeld $T_{(\alpha)}^{\;(\beta)}$ vor. Man kann dieses Feld entweder bezüglich des Zusammenhangsobjektes $\overline{G}_{j\,k}^{\,i}$ von $\overline{F}$, oder bezüglich $G_{j\,k}^{\,i}$ von $F$ kovariant ableiten. Wir suchen jetzt den Zusammenhang zwischen diesen kovarianten Ableitungen.

**Lemma 1.** *Bezeichnet man mit* $T_{(\alpha)}^{\;(\beta)}{}_{;m}$, *bzw. mit* $T_{(\alpha)}^{\;(\beta)}{}_{|m}$ *die kovarian-Ableitungen von* $T_{(\alpha)}^{\;(\beta)}$ *bezüglich* $\overline{G}_{j\,k}^{\,i}$, *bzw.* $G_{j\,k}^{\,i}$, *dann gilt die Formel*

$$\begin{aligned} T_{(\alpha)}^{\;(\beta)}{}_{;m} - T_{(\alpha)}^{\;(\beta)}{}_{|m} = \sum T_{(\alpha)}^{\beta_1\ldots\beta_{i-1},\,s,\,\beta_{i+1}\ldots\beta_k}\, b_{s\;\;m}^{\;\beta_i} - \\ - \sum T^{(\beta)}_{\alpha_1\ldots\alpha_{i-1},\,s,\,\alpha_{i+1}\ldots\alpha_l}\, b_{\alpha_i\;m}^{\;\;s} - \dot{\partial}_s\, T_{(\alpha)}^{\;(\beta)}\, b_{jm}^{s}\, v^j. \end{aligned} \tag{1.5}$$

Der affine Krümmungstensor $K_{i\,kh}^{\,j}$ der Berwaldschen Theorie hat die Form

$$K_{i\,kh}^{\,j} = \frac{\partial G_{i\,k}^{\,j}}{\partial x^h} - \frac{\partial G_{i\,h}^{\,j}}{\partial x^k} + G_{i\,k}^{\,m} G_{m\,h}^{\,j} - G_{i\,k}^{\,m} G_{m\,k}^{\,j} + G_k^m G_{m\,i\,h}^{\,j} - G_h^m G_{m\,i\,k}^{\,j}$$

mit

$$G_{jkh}^{i} = \dot{\partial}_j\, G_{kh}^{i}.$$

**Lemma 2.** *Auf Grund von* (1.2) *und* (1.3) *ist*

$$\overline{K}_{i\,kh}^{\,j} = K_{i\,kh}^{\,j} + b_{i\,k|h}^{\,j} - b_{i\,h|k}^{\,j} + b_{i\,k}^{\,m} b_{m\,h}^{\,j} - b_{i\,h}^{\,m} b_{m\,k}^{\,j}. \tag{1.6}$$

Der Beweis der beiden obigen Lemmata ergibt sich durch eine einfache Rechnung.

Der Übergang von der Berwaldschen Theorie zu der Cartanschen Theorie der Finslerschen Räume geschieht durch die Formel:[8])

$$G_{j\,k}^{\,i} = \Gamma_{jk}^{*i} + A_{i\,k|0}^{\,j}.$$

Ist also der fragliche Finslersche Raum einfach, dann fallen die beiden Theorien zusammen. Folglich ist

$$G_{jk}^{i} = \Gamma_{j\,k}^{*i}, \quad K_{i\,kh}^{\,j} = R_{i\,kh}^{*j}. \tag{1.7}$$

Falls die Räume $\overline{F}$ und $F$ beide einfach sind, können die Relationen (1.3) in der Form

$$\overline{\Gamma}_{j\,k}^{*i} = \Gamma_{jk}^{*i} + Q_{jk} v^i + \delta_j^i Q_k + \delta_k^i Q_j \tag{1.8}$$

geschrieben werden. Diese Formel kann noch weiter vereinfacht werden.

[8]) Siehe [1], S. 19.

Durch Verjüngung nach $i$ und $j$ bekommen wir wegen (0. 8) und der Homogenität von $Q$

$$(1.9)\qquad (\log \sqrt{g})_{;k} = (\log \sqrt{g})_{|k} + (n+1) Q_k .$$

Da die Zusammenhangsobjekte $\overline{\Gamma}^{*i}_{j\,k}$ und $\Gamma^{*i}_{j\,k}$ in unserem Falle nur Ortsfunktionen sind, ist

$$(1.10)\qquad Q_{kj} = 0.$$

Durch kovariante Derivation der Gleichung (1. 9) bezüglich des Zusammenhanges $\Gamma^{*i}_{j\,k}$ bekommen wir

$$(1.11)\qquad (\log \sqrt{g})_{;k|h} = (\log \sqrt{g})_{|k|h} + (n+1) Q_{k|h} .$$

Wir vertauschen jetzt die Indizes $k$ und $h$ in (1. 11) und bilden die Differenz

$$(1.12)\qquad (\log \sqrt{g})_{;k|h} - (\log \sqrt{g})_{;h|k} = (\log \sqrt{g})_{|k|h} - (\log \sqrt{g})_{|h|k} + \\ + (n+1)(Q_{k|h} - Q_{h|k}).$$

Auf Grund von Lemma 1 können wir die linke Seite von (1. 12) umformen. Es ist nämlich

$$(\log \sqrt{g})_{;k|h} = (\log \sqrt{g})_{;k;h} + (\log \sqrt{g})_{;s}\, b^s_{k\,h}$$

und daher

$$(1.13)\qquad (\log \sqrt{g})_{;k|h} - (\log \sqrt{g})_{;h|k} = (\log \sqrt{g})_{;h;h} - (\log \sqrt{g})_{;h;k} .$$

Nach (0. 10) ist aber

$$(\log \sqrt{g})_{;k;h} - (\log \sqrt{g})_{;h;k} = -\overline{A}_m \overline{R}_{0\,k\,h}^{\,m} = 0,$$

und

$$(\log \sqrt{g})_{|k|h} - (\log \sqrt{g})_{|h|k} = -A_m R_{0\,k\,h}^{\,m} = 0.$$

Auf Grund dieser Relationen und (1, 13) reduziert sich (1, 12) auf

$$(1.14)\qquad Q_{k|h} - Q_{h|k} = 0.$$

Wir zeigen jetzt, daß der Vektor $Q_k$ wegen (1. 14) ein Gradientenvektor ist.

Nach (1. 10) und der Homogenität hat die Funktion $Q$ folgende Gestalt

$$Q = P_i v^i, \quad P_i = P_i(x)$$

also ist $Q_k = P_k$.

Wir suchen eine Funktion $S(x)$ mit der Eigenschaft

$$(1.15)\qquad \frac{\partial S}{\partial x^k} = P_k(x) = Q_k .$$

Wegen (1. 14) sind die Integrabilitätsbedingungen von (1. 15) erfüllt, also ist der Vektor $Q_k$ ein Gradientenvektor. Wir haben damit den folgenden Satz bewiesen:

**Satz 4.** *Sind zwei einfache Finslersche Räume aufeinander geodätisch abgebildet, dann besteht*

$$\overline{\Gamma}^{*i}_{j\,k} = \Gamma^{*i}_{j\,k} + \delta^i_j Q_k + \delta^i_k Q_j$$

*mit*

$$Q_k = \frac{\partial S(x)}{\partial x^k}.$$

Nach (1. 6) und Satz 4 hängen die Krümmungstensoren der beiden einfachen Räume gemäß der Formel

$$\overline{R}^{*i}_{j\,kh} = R^{*i}_{j\,kh} + \delta^i_k \psi_{jh} - \delta^i_h \psi_{jk} \tag{1. 16}$$

zusammen, wobei ist

$$\psi_{jk} = \psi_{kj} = Q_{j|k} - Q_j Q_k. \tag{1. 17}$$

## § 2. Infinitesimale Projektivitäten in einfachen Räumen.

Wir betrachten eine infinitesimale erweiterte Punkttransformation

$$\bar{x}^i = x^i + \xi^i(x)\delta t, \quad \bar{v}^i = v^i + \frac{\partial \xi^i}{\partial x^j} v^j \delta t \tag{2. 1}$$

in einem einfachen Finslerschen Raum. Die notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß (2. 1) eine infinitesimale Projektivität darstellt, lautet[9])

$$L_\xi \Gamma^{*i}_{j\,k} = p_i \delta^j_k + p_k \delta^j_i \qquad (p^m p_m \neq 0). \tag{2. 2}$$

Der Operator $L_\xi$ ist der zur Transformation (2. 1) gehörende Liesche Ableitungsoperator.

Es liege eine infinitesimale Projektivität in einem einfachen Raum vor. Dann gelten folgende Relationen:[10])

$$L_\xi W^j_{i\,kh} = 0 \tag{2. 3}$$

$$L_\xi P_{ij} = p_{j|i} \tag{2. 4}$$

$$L_\xi P_{ijk} = - W^m_{i\,jk} p_m \tag{2. 5}$$

[9]), [10]) Siehe [4], § 9—11.

wobei

$$P_{ij} = -\frac{1}{n-1} R^*_{ij} \tag{2.6}$$

$$P_{ijk} = P_{jk|i} - P_{ik|j} \tag{2.7}$$

ist.

Wir beweisen den

**Satz 5.** *Läßt eine infinitesimale Projektivität in einem einfachen Finslerschen Raum* $F_n$, $(n \neq 2)$ *die kovariante Ableitung des Tensors* $W_i{}^j{}_{kh}$ *unverändert, dann ist der Raum projektiv eben.*

Beweis. Nach Voraussetzung ist

$$L_\xi W_i{}^j{}_{kh|l} = 0. \tag{2.8}$$

Unter Beachtung der Vertauschungsformel

$$L_\xi H^i_{j|k} - (L_\xi H^i_j)_{|k} = H^s_j L_\xi \Gamma^{*i}_{sk} - H^i_s L_\xi \Gamma^{*s}_{jk} - \dot\partial_r H^i_j (L_\xi \Gamma^{*r}_{sk}) v^s \tag{2.9}$$

und der Relation

$$\dot\partial_m W_i{}^j{}_{kh} = 0$$

bekommen wir nach (2.3) und (2.8)

$$-2 W_i{}^j{}_{kh} p_l + \delta^j_l W_j{}^s{}_{kh} p_s - W_l{}^j{}_{kh} p_i - W_i{}^j{}_{lh} p_k - W_i{}^j{}_{kl} p_h = 0. \tag{2.10}$$

Auf Grund der Relation

$$W_i{}^j{}_{kh|j} = -(n-2) P_{ikh}$$

und (2.5) folgt

$$W_i{}^m{}_{jk} p_m = 0. \tag{2.6}$$

Multipliziert man (2.10) mit $p^l$, so $(n \neq 2)$ erhält man unter Beachtung von (2.6)

$$-2 p^m p_m W_i{}^j{}_{kh} = 0.$$

Also bekommen wir endlich

$$W_i{}^j{}_{kh} = 0.$$

Da andererseits der Douglas'sche Tensor

$$D^i_{h\,jk} = G^i_{h\,jk} - \frac{1}{n+1} (G^m_{h\,j\,m} \delta^i_k + G^m_{j\,k\,m} \delta^i_h + G^m_{kh\,m} \delta^i_j) - \frac{1}{n+1} G^m_{mhjk} v^i$$

in unserem Falle identisch verschwindet, ist der Raum projektiv eben.

Kombiniert man die Aussage dieses Satzes mit der des Satzes 3, so erhält man folgenden Satz:

**Satz 6.** *Läßt eine infinitesimale Projektivität in einem einfachen Finslerschen Raum* $F_n$, $(n \neq 2)$ *die kovariante Ableitung des Weylschen Tensors* $W_i{}^j{}_{kh}$ *unverändert, dann ist der Raum entweder ein Minkowskischer Raum, oder ein Riemannscher Raum konstanter Krümmung.*

## Literatur.

[1] L. Berwald, Finslersche und Cartansche Geometrie IV., *Annals of Math.* **48** (1947), 755—781.
[2] E. Cartan, Les espaces de Finsler, *Paris,* 1934.
[3] A. Deicke, Über die Finslerschen Räume mit $A_i = 0$, *Arch. Math.* **4** (1953), 45—51.
[4] K. Yano, The theory of Lie derivatives and its applications, *Amsterdam,* 1957.

*(Eingegangen am 25. März 1959.)*