Bemerkung zu dem Problem der Rekurrenz der kovarianten Ableitung eines beliebigen Tensors des zweidimensionalen Raumes

ANTONI JAKUBOWICZ (Szczecin)

Die notwendigen und hinreichenden Bedingungen für das Vorhandensein einer kovarianten rekurrenten Ableitung das nichtverschwindenden Tensors $T_{\lambda\mu}$ (wenn dieser weder ein symmetrischer noch ein schiefsymmetrischer ist) im zweidimensionalen Raume sind in den Arbeiten [1], [2] gegeben. Unter diesen Bedingungen existiert ein Objekt der Parallelverschiebung $\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda}$, welches das Gleichungssystem (1. 14) in der Arbeit [1] erfüllt. Es entsteht das Problem, eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür zu finden, daß das berechnete Objekt der Parallelverschiebung ein symmetrisches, bzw. ein nichtsymmetrisches wird, also daß die Beziehung gilt:

(1) a) $S^{\mu}_{\sigma\lambda} = 0$ *beziehungsweise* b) $S^{\mu}_{\sigma\lambda} \neq 0$

wo

$$S^{\mu}_{\sigma\lambda} \stackrel{\text{def}}{=} 2\Gamma^{\mu}_{[\sigma\lambda]} \tag{2}$$

ist. Nehmen wir zunächst den Fall (1) a), dann gibt es 6 unbekannte Komponenten des Objektes $\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda}$. Das Gleichungssystem (1. 14) in [1], wobei die Beziehung (1) a) gilt, ist folgendes ([3], [4]):

$$\begin{aligned}
&2T_{11}\Gamma^1_{11}+2T_{(12)}\Gamma^2_{11} &&= \Phi_{111}\\
&T_{12}\Gamma^1_{11}+T_{22}\Gamma^2_{11}+T_{11}\Gamma^1_{12}+T_{12}\Gamma^2_{12} &&= \Phi_{112}\\
&T_{21}\Gamma^1_{11}+T_{22}\Gamma^2_{11}+T_{11}\Gamma^1_{12}+T_{21}\Gamma^2_{12} &&= \Phi_{121}\\
&2T_{(12)}\Gamma^1_{12}+2T_{22}\Gamma^2_{12} &&= \Phi_{122}\\
&2T_{11}\Gamma^1_{12}+2T_{(12)}\Gamma^2_{12} &&= \Phi_{211}\\
&T_{12}\Gamma^1_{12}+T_{22}\Gamma^2_{12}+T_{11}\Gamma^1_{22}+T_{12}\Gamma^2_{22} &&= \Phi_{212}\\
&T_{21}\Gamma^1_{12}+T_{22}\Gamma^2_{12}+T_{11}\Gamma^1_{22}+T_{21}\Gamma^2_{22} &&= \Phi_{221}\\
&2T_{(12)}\Gamma^1_{22}+2T_{22}\Gamma^2_{22} &&= \Phi_{222}.
\end{aligned} \tag{2a}$$

Bezeichnen wir mit $\tilde{M}^*$ die Koeffizientenmatrix des Gleichungssystems (2a) und mit $\tilde{M}$ die adjungierte Matrix dieses Gleichungssystems. Wir haben:

$$\tilde{M}^* = \begin{bmatrix} 2T_{11} & 2T_{(12)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_{12} & T_{22} & T_{11} & T_{12} & 0 & 0 \\ T_{21} & T_{22} & T_{11} & T_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2T_{(12)} & 2T_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2T_{11} & 2T_{(12)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{12} & T_{22} & T_{11} & T_{12} \\ 0 & 0 & T_{21} & T_{22} & T_{11} & T_{21} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2T_{(12)} & 2T_{22} \end{bmatrix}, \tag{3}$$

$$\tilde{M} = \begin{bmatrix} \Phi_{111} & 2T_{11} & 2T_{(12)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Phi_{112} & T_{12} & T_{22} & T_{11} & T_{12} & 0 & 0 \\ \Phi_{121} & T_{21} & T_{22} & T_{11} & T_{21} & 0 & 0 \\ \Phi_{122} & 0 & 0 & 2T_{(12)} & 2T_{22} & 0 & 0 \\ \Phi_{211} & 0 & 0 & 2T_{11} & 2T_{(12)} & 0 & 0 \\ \Phi_{212} & 0 & 0 & T_{12} & T_{22} & T_{11} & T_{12} \\ \Phi_{221} & 0 & 0 & T_{21} & T_{22} & T_{11} & T_{21} \\ \Phi_{222} & 0 & 0 & 0 & 0 & 2T_{(12)} & 2T_{22} \end{bmatrix}, \tag{4}$$

wo

$$\Phi_{\sigma\alpha\beta} \overset{\text{def}}{=} \partial_\sigma T_{\alpha\beta} - K_\sigma T_{\alpha\beta} \quad ([1], [2]). \tag{5}$$

Es handelt sich nun darum, eine invariante Bedingung dafür zu finden, daß das Gleichungssystem (2a) eine Lösung hat. Bezeichnen wir mit

$$W^i \quad (i=1, 2, \ldots, 8) \tag{6}$$

diejenigen Unterdeterminanten der Matrix $\tilde{M}$, welche durch Ausstreichen der i-ten Zeile ($i=1, 2, \ldots, 8$) aus der Matrix $\tilde{M}$ entstehen. Wegen (4) ist ersichtlich, daß es sich darum handelt, um eine invariante Bedingung zu finden, damit alle Determinanten (6) verschwinden, weil die Relation $W^i=0$ die notwendige Bedingung für die Identität des Ranges der Matrizen (3) und (4) ist. Es ergibt sich durch Ausrechnen der Determinantenwerte (6), daß

$$W^i = D^i \qquad (i=1, 2, \ldots, 8) \tag{7}$$

wo D^i analog zu W^i erhaltene Unterdeterminanten der Matrix $\tilde{\tilde{M}}$:

$$\tilde{\tilde{M}} = \begin{bmatrix} \partial_1 T_{11} & 2T_{11} & 2T_{(12)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \partial_1 T_{12} & T_{12} & T_{22} & T_{11} & T_{12} & 0 & 0 \\ \partial_1 T_{21} & T_{21} & T_{22} & T_{11} & T_{21} & 0 & 0 \\ \partial_1 T_{22} & 0 & 0 & 2T_{(12)} & 2T_{22} & 0 & 0 \\ \partial_2 T_{11} & 0 & 0 & 2T_{11} & 2T_{(12)} & 0 & 0 \\ \partial_2 T_{12} & 0 & 0 & T_{12} & T_{22} & T_{11} & T_{12} \\ \partial_2 T_{21} & 0 & 0 & T_{21} & T_{22} & T_{11} & T_{21} \\ \partial_2 T_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 2T_{(12)} & 2T_{22} \end{bmatrix} \tag{8}$$

sind. Durch Ausrechnen der Determinanten D^j und nach Umrechnung der so berechneten Ergebnisse erhalten wir für diese Determinanten die folgende Faktorenzerlegung ([3], [4]):

$$D^j = (-1)^{k+l+1} \cdot T_{kk} A^2 h \partial_l \left(\frac{\mathfrak{v}}{A}\right)$$

$$\text{für:} \begin{cases} j=1, \ k=1, \ l=1; \quad j=4, \ k=2, \ l=1 \\ j=5, \ k=1, \ l=2; \quad j=8, \ k=2, \ l=2; \end{cases}$$

(9)

$$D^j = \left(\frac{2A}{b} - T_{kl}\right) A^2 h \partial_p \left(\frac{\mathfrak{v}}{A}\right)$$

$$\text{für:} \begin{matrix} j=2, \ k=1, \ l=2, \ p=1; \quad j=3, \ k=2, \ l=1, \ p=1 \\ j=6, \ k=1, \ l=2, \ p=2; \quad j=7, \ k=2, \ l=1, \ p=2; \end{matrix}$$

wo

(10) $\quad A = \mathrm{Det}(T_{\lambda\mu}) \neq 0, \quad h = \mathrm{Det}(2T_{(\lambda\mu)}) \neq 0, \quad \mathfrak{v} = 4T_{[12]}^2, \quad b = 2T_{[12]}$

$(b \neq 0 \ (\mathfrak{v} \neq 0)$ auf Grund (1. 10) in [1], d.h. der Nichtsymmetrie von $T_{\lambda\mu})$.

Führen wir folgende Bezeichnung ein:

(11) $$\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\mathfrak{v}}{A}.$$

Da A, $\mathfrak{v}$ Dichten vom Gewicht 2 sind, so ist α ein Skalar. Nehmen wir nun den kovarianten Vektor

(12) $$v_\lambda \stackrel{\text{def}}{=} \partial_\lambda \alpha \qquad (\lambda = 1, 2).$$

Bekanntlich ist das Nichtverschwinden des kovarianten Vektors eine invariante Eigenschaft.

Satz 1. *Die notwendige und hinreichende Bedingung für das einzige Vorhandensein im zweidimensionalen Raume einer kovarianten rekurrenten Ableitung mit symmetrischen Objekt der Parallelverschiebung des gegebenen nichtverschwindenden Tensors $T_{\lambda\mu}$ (welcher weder symmetrisch noch schiefsymmetrisch ist) ist*

(13) $$A \neq 0, \quad h \neq 0$$

und

(14) $$\mathfrak{w} = 0 \ \textit{und} \ \partial_\sigma \mathfrak{w} = 0 \ \textit{oder} \ s_\sigma = 0$$

($\mathfrak{w}$ ist durch (2. 10) *in* [1] *und s_σ durch* (2. 16) *in* [1] *definiert); dieses symmetrische Objekt der Parallelverschiebung ist die einzige Lösung des Gleichungssystems* (1. 14) *in* [1] *für die Bedingung* (1) a) *(des Gleichungssystems* (2a)*).*

Beweis. Nehmen wir die Unterdeterminante W^{*18} der Matrix $\tilde{M}^*$ in (3), welche durch Ausstreichen der ersten und achten Zeile aus der Matrix $\tilde{M}^*$ entsteht. Wir haben:

(15) $$W^{*18} = T_{11} T_{22} \mathfrak{v} h.$$

Für $T_{\lambda\mu}$ welcher unsymmetrisch ist, haben wir $\mathfrak{v} \neq 0$. Weiter für $h \neq 0$ und auf Grund des Satzes aus der Arbeit [5] haben wir aus (15) die Beziehung $W^{*18} \neq 0$, also Rang

$(\tilde{M}^*)=6$. Auf Grund (9) und (12) sehen wir, daß für $A\neq 0$, $h\neq 0$ die Gleichheit $v_\lambda=0$ gleichbedeutend mit der Bedingung Rang $(\tilde{M})=6$ ist. So gibt es also für $A\neq 0$, $h\neq 0$, $v_\lambda=0$ die Gleichheit: Rang $(\tilde{M}^*)=$ Rang $(\tilde{M})=6$, und aus dieser erfolgt, daß es existiert eine einzige Lösung des Gleichungssystems (2a). Auf Grund (2. 10), (2. 15), (2. 16) in [1], $A\neq 0$ und (11), (12) erfolgt, daß die Gleichheit $v_\lambda=0$ mit den Gleichheiten $\partial_\sigma \mathfrak{w}=0$, $\mathfrak{w}=0$ beziehungsweise mit der Gleichheit $s_\sigma=0$ aequivalent ist.

Satz 2. *Im zweidimensionalen Raume im Falle $A\neq 0$, $h\neq 0$ existiert keine kovariante rekurrente Ableitung mit nichtsymmetrischen Objekt der Parallelverschiebung des gegebenen nichtverschwindenden Tensors $T_{\lambda\mu}$ (welcher weder symmetrisch noch schiefsymmetrisch ist).*

Beweis. Auf Grund von (9), (12), (1. 10) in [1] und des Satzes aus der Arbeit [5] im Falle $A\neq 0$, $h\neq 0$ ist $v_\lambda\neq 0$ gleichbedeutend mit der Bedingung, daß der Rang $(\tilde{M})=7$. Da aber der Rang $(\tilde{M}^*)=6$ ist, so gibt es also für $A\neq 0$, $h\neq 0$, $v_i\neq 0$ keine Lösung des Gleichungssystems (2a). Aus diesen Arwängungen, und auf Grund des Satzes in der Arbeit [1], können wir sagen: die notwendige und hinreichende Bedingung für das Vorhandensein im zweidimensionalen Raume einer kovarianten rekurrenten Ableitung mit nichtsymmetrischen Objekt der Parallelverschiebung des gegebenen nichtverschwindenden Tensors $T_{\lambda\mu}$ (welcher weder symmetrisch noch schiefsymmetrisch ist) im Falle $A\neq 0$, $h\neq 0$ ist

$$\text{(16)} \qquad \text{a)}\quad \mathfrak{w}=0, \qquad \partial_\sigma \mathfrak{w}=0 \qquad \text{und} \qquad \text{b)}\quad v_\lambda\neq 0$$

beziehungsweise

$$\text{(17)} \qquad \text{a)}\quad s_\sigma=0 \qquad \text{und} \qquad \text{b)}\quad v_\lambda\neq 0.$$

Wir zeigen, daß die Gleichheiten (16) bzw. (17) widersprechend sind. Nämlich für (16) auf Grund (2. 10) in [1], $A\neq 0$ und nach (11), (12) haben wir: $A=\mathfrak{v}$, $\dfrac{\mathfrak{v}}{A}=1$, $\alpha=1$, $\partial_\lambda\alpha=0$, $v_\lambda=0$ was der Ungleichung (16) b) widerspricht; für (17) auf Grund (2. 10), (2. 15), (2. 16) in [1], $A\neq 0$ und (11), (12) haben wir: $\mathfrak{w} = A-\mathfrak{v}$, $\mathfrak{w}+\mathfrak{v}=A$, $\dfrac{\mathfrak{w}}{A}+\dfrac{\mathfrak{v}}{A} = 1$, $s+\alpha = 1$, $\partial_\lambda s+\partial_\lambda\alpha = 0$, $s_\lambda+v_\lambda = 0$, für $s_\lambda=0$ haben wir $v_\lambda=0$, was mit (17) b) widersprechend ist.

V. Hlavatý hat für das Gleichungssystem

$$\text{(18)} \qquad \nabla_\sigma T_{\lambda\mu} \overset{\text{def}}{=} \partial_\sigma T_{\lambda\mu} - \Gamma^{\alpha}_{\sigma\lambda} T_{\alpha\mu} - \Gamma^{\alpha}_{\sigma\mu} T_{\lambda\alpha} = 0 \qquad (\sigma, \lambda, \mu = 1, 2, \dots, n)$$

in dem $\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda}$ die Unbekannten und $T_{\lambda\mu}(T_{\mu\lambda}\neq T_{\lambda\mu}, T_{\mu\lambda}\neq -T_{\lambda\mu})$ gegebene Komponenten des Tensors sind, die notwendige Bedingungen der Lösbarkeit gefunden ([6], Seite 48—49). Man kann die Methode von V. Hlavatý auch für den Fall einer kovarianten rekurrenten Ableitung anwenden. Und so kommt man zum folgenden

Satz 3. *Eine notwendige Bedingung für die Lösbarkeit des Gleichungssystems*

$$\text{(19)} \qquad \partial_\sigma T_{\lambda\mu} - \Gamma^{\alpha}_{\sigma\lambda} T_{\alpha\mu} - \Gamma^{\alpha}_{\sigma\mu} T_{\lambda\alpha} = K_\sigma T_{\lambda\mu} \qquad (\sigma, \lambda, \mu = 1, 2, \dots, n)$$

(wo $\Gamma^{\mu}_{\sigma\lambda}$ die Unbekannten und $T_{\lambda\mu}$ gegebene Komponenten des Tensors sind, $T_{\lambda\mu} \neq T_{\lambda\mu}$, $T_{\lambda\mu} \neq -T_{\lambda\mu}$) ist, daß die Skalaren g, k:

$$g \overset{\text{def}}{=} \frac{A}{h}, \quad k \overset{\text{def}}{=} \frac{\mathfrak{v}}{h} \tag{20}$$

konstant sind.

Beweis. Aus (19) erhalten wir

$$\text{a)} \ \nabla_\sigma T_{(\lambda\mu)} = K_\sigma T_{(\lambda\mu)}, \tag{21}$$

$$\text{b)} \ \nabla_\sigma T_{[\lambda\mu]} = K_\sigma T_{[\lambda\mu]}. \tag{21}$$

Im Falle $A \neq 0$, $h \neq 0$ ist

$$\text{a)} \ T^{\lambda\mu} \nabla_\sigma T_{\lambda\mu} = \partial_\sigma \ln |A| - 2\Gamma^{\alpha}_{\sigma\alpha} = K_\sigma, \tag{22}$$

$$\text{b)} \ T^{(\lambda\mu)} \nabla_\sigma T_{(\lambda\mu)} = \partial_\sigma \ln |h| - 2\Gamma^{\alpha}_{\sigma\alpha} = K_\sigma, \tag{22}$$

$$\text{c)} \ T^{[\lambda\mu]} \nabla_\sigma T_{[\lambda\mu]} = \partial_\sigma \ln |\tfrac{1}{2}\mathfrak{v}| - 2\Gamma^{\alpha}_{\sigma\alpha} = K_\sigma, \tag{22}$$

wo $T^{\lambda\mu}$, $T^{(\lambda\mu)}$, $T^{[\lambda\mu]}$ die Beziehung $T^{\lambda\mu}T_{\lambda\mu} = T^{(\lambda\mu)}T_{(\lambda\nu)} = T^{[\lambda\mu]}T_{[\lambda\nu]} = \delta^{\mu}_{\nu}$ erfüllen. Daraus folgt $\partial_\sigma \ln |A| = \partial_\sigma \ln |h| = \partial_\sigma \ln |\tfrac{1}{2}\mathfrak{v}|$. Durch Integration erhalten wir für (1. 10) in [1] die Beziehungen $g = \text{const.}$, $k = \text{const.}$, was zu beweisen war. Wir beweisen jetzt den

Satz 4. *In einem zweidimensionalen Raume mit $A \neq 0$, $h \neq 0$ ist die Bedingung $s = const.$ (s ist durch* (2. 15) *in* [1] *definiert), die notwendig und hinreichend für die Lösbarkeit des Gleichungssystems* (19) ((1. 14) *in* [1]) *ist, aequivalent mit der Bedingung $g = const.$, beziehungsweise $k = const.$*

Beweis. Aus der Gleichheit $s = \text{const.}$ ergibt sich $s_\sigma = 0$ und aus dieser auf Grund der Definition (2. 15) in [1] erhalten wir für $A \neq 0$ die Gleichheit

$$A\partial_\sigma \mathfrak{w} - \mathfrak{w}\partial_\sigma A = 0. \tag{23}$$

Für $n = 2$ haben wir die Beziehung $h = 4A - \mathfrak{v}$ und auf Grund der Definition (2. 10) in [1] die Beziehung $\mathfrak{w} = A - \mathfrak{v}$. Aus den letzten Beziehungen erhalten wir in bezug auf (23) folgende Beziehung: $h\partial_\sigma A - A\partial_\sigma h = 0$. Für $h \neq 0$ ist ferner $\dfrac{h\partial_\sigma A - A\partial_\sigma h}{h^2} = 0$, also $\partial_\sigma \left(\dfrac{A}{h}\right) = 0$ und wegen (20) erhalten wir die Gleichheit $\partial_\sigma g = 0$, also $g = \text{const.}$ Umgekehrt erhalten wir $s = \text{const.}$ aus der Gleichheit $g = \text{const.}$ Die Gleichwertigkeit der Bedingung $s = \text{const.}$ mit der Bedingung $k = \text{const.}$, sowie der Bedingung $g = \text{const.}$ mit der Bedingung $k = \text{const.}$ kann analog durchgeführt werden.

Betrachten wir jetzt den Fall $A = 0$, also den Fall des singulären nichtverschwindenden Tensors $T_{\lambda\mu}$ ($T_{\lambda\mu} \not\equiv 0$ [1]).

Satz 5. *In dem Fall des singulären nichtverschwindenden Tensors $T_{\lambda\mu}$ (welcher weder symmetrisch noch schiefsymmetrisch ist) des zweidimensionalen Raumes existiert immer eine einzige kovariante rekurrente Ableitung mit symmetrischen Objekt der Pa-*

rallelverschiebung und gleichzeitig existiert nicht nur eine einzige kovariante rekurrente Ableitung mit nichtsymmetrischen Objekt der Parallelverschiebung (dieses nichtsymmetrische Objekt der Parallelverschiebung ist zweiparametrie Lösung des Gleichungssystems (1. 14) in [1]*).*

Beweis. Weil $h=4A-\mathfrak{v}$, daher für $A=0$ haben wir $h=-\mathfrak{v}$. Auf Grund von (1. 10) und (2. 8) in [1] haben wir $h\neq0$. für W^{*38} (W^{*38} ist analog zu (15) definiert) haben wir $W^{*38}=T_{11}T_{12}h\mathfrak{v}$. Auf Grund von (1. 1), (1. 10) und (2. 8) in [1] des Satzes aus der Arbeit [5] und $h\neq0$ haben wir: Rang $(\tilde{M}^*)=6$. Auf Grund von (7) und (9) haben wir für $A=0$ die Gleichheit: Rang $(\tilde{M})=6$. Also es existiert eine einzige Lösung des Gleichungssystems (2a), was beweist den ersten Teil des Satzes.

Für D_4^1 (D_4^1 ist analog zu (3. 2) in [1] definiert) haben wir $D_4^1=4T_{11}T_{(12)}T_{[12]}$. Auf Grund von (1. 1), (1. 10), (1. 11) in [1] und des Satzes aus der Arbeit [5] haben wir $D_4^1\neq0$. Daraus folgt, daß Rang$(M^*)=3$ (M^* ist in (1. 16) in [1] definiert). Auf Grund von (3. 4) in [1] haben wir für $A=0$ die Gleichheit: Rang$(M)=3$ (M ist in (1. 17) in [1] definiert). Also es existiert zweiparametrige Lösung des Gleichungssystems (1. 14) in [1] für die Bedingung (1) b), was beweist den zweiten Teil des Satzes.

Betrachten wir jetzt den Fall $h=0$.

Satz 6. *In dem Fall des nichtverschwindenden Tensors $T_{\lambda\mu}$ des zweidimensionalen Raumes (welcher weder symmetrisch noch schiefsymmetrisch ist) für $h=0$ existiert immer eine einzige kovariante rekurrente Ableitung mit symmetrischen Objekt der Parallelverschiebung und gleichzeitig nicht nur eine einzige kovariante rekurrente Ableitung mit nichtsymmetrischen Objekt der Parallelverschiebung (dieses nichtsymmetrische Objekt der Parallelverschiebung ist die zweiparametrige Lösung des Gleichungssystems* (1. 14) *in* [1]*).*

Beweis. Für W^{*45} (W^{*45} ist analog zu (15) definiert) haben wir für $h=0$ den Wert: $W^{*45}=-T_{11}T_{12}T_{(12)}^2\mathfrak{v}$. Auf Grund von (1. 1), (1. 11), (1. 10) und (2. 8) in [1] und des Satzes aus der Arbeit [5] haben wir Rang $(\tilde{M}^*)=6$. Auf Grund von (7) und (9) haben wir für $h=0$ die Gleichheit: Rang $(\tilde{M})=6$. Also es existiert eine einzige Lösung des Gleichungssystems (2a), was beweist den ersten Teil des Satzes. Für D_1^3 haben wir $D_1^3=4(T_{22})^2\cdot T_{[12]}$((3. 2) in [1]). Auf Grund von (1. 1) und (1. 10) in [1] und des Satzes aus der Arbeit [5] haben wir $D_1^3\neq0$. Daraus folgt, daß Rang $(M^*)=3$. $h=4A-\mathfrak{v}$, daher für $h=0$ haben wir $\mathfrak{v}=4A\neq0$ und auf Grund von (2. 10) in [1] haben wir $\mathfrak{w}=-3A$. Auf Grund von (3. 4) in [1] erhalten für $\mathfrak{v}=4A$ und für $\mathfrak{w}=-3A$ die Gleichheit: Rang$(M)=3$. Also es existiert zweiparametrige Lösung des Gleichungssystems (1. 14) in [1] für die Bedingung (1) b), was beweist den zweiten Teil des Satzes.

Wir mögen jetzt alle Ergebnisse zusammenfassen im folgenden

Satz 7. *Im zweidimensionalen Raume existieren folgende Fälle der kovarianten rekurrenten Ableitung mit folgendem Objekt der Parallelverschiebung des gegebenen nichtverschwindenden Tensors $T_{\lambda\mu}$ (welcher weder symmetrisch noch schiefsymmetrisch ist):*

1) *wenn $A\neq0$, $h\neq0$, $s_\sigma\neq0$ dann existiert kein Objekt der Parallelverschiebung;*

2. *wenn $A\neq0$, $h\neq0$, $s_\sigma\equiv0$, dann existiert ein einziges symmetrisches Objekt der Parallelverschiebung;*

3. *wenn* $A \equiv 0$ *ist, dann existiert ein einziges symmetrisches Objekt der Parallelverschiebung und gleichzeitig zweiparametrige Menge der nichtsymmetrischen Objekten der Parallelverschiebung;*

4. *wenn* $h \equiv 0$ *ist, dann existiert ein einziges symmetrisches Objekt der Parallelverschiebung und gleichzeitig zweiparametrige Menge der nichtsymmetrischen Objekten der Parallelverschiebung.*

Literatur

[1] A. JAKUBOWICZ—A. WĘGRZYNOWSKA, Über eine invariante Form der Bedingung für die Rekurrenz der kovarianten Ableitung eines beliebigen Tensors, *Publ. Math. Debrecen* **14** (1967), 105—109.

[2] A. MOÓR, Bemerkung zu meiner Arbeit „Über Tensoren von rekurrenter kovarianter Ableitung", *Publ. Math. Debrecen,* **11** (1964), 59—62.

[3] A. JAKUBOWICZ—J. KLEKOWSKA, Warunek konieczny i dostateczny istnienia jedynego obiektu równoległego przeniesienia dwuwymiarowej uogólnionej przestrzeni Riemanna, *Zeszyty Naukowe Politechniki Szczecińskiej* Nr. 103 (1968), 95—103.

[4] A. JAKUBOWICZ—J. KLEKOWSKA, The necessary and sufficient condition for the existence of the unique connection of the two-dimensional generalized Riemann space, *Tensor, N. S.* **20** (1969), 72—74.

[5] S. GOŁĄB, A. JAKUBOWICZ, Über eine Frage die der Theorie der Tensoren zugrunde liegt, *Zeszyty Naukove Uniwersytetu Jagiellońskiego* Nr. 52, *Prace Matematyczne* **102** (1965), 17—19.

[6] V. HLAVATÝ, Geometry of Einsteins unified field theory, *Groningen,* 1957.

(Eingegangen am 5. Januar 1968.)