

## Hyperflächen mit Riemannscher Maßbestimmung im Finslerschen Raum II

Von ENDRE SZOLCSÁNYI (Budapest)

In einer meiner vorigen Arbeiten<sup>1)</sup> habe ich folgendes gezeigt: wenn zu jedem Linienelement  $(x, y)$  des Finslerschen Raumes  $F_n$  wenigstens vier Hyperflächen mit Riemannscher Maßbestimmung existieren, welche zu zweien orthogonal sind, dann ist auch der Raum  $F_n$  ein Riemannscher Raum. In dieser Arbeit werden wir zeigen, wenn zu jedem Linienelement  $(x, y)$  des Raumes  $F_n$  mindestens eine tangentielle Hyperfläche mit Riemannscher Maßbestimmung existiert, dann ist auch der Raum  $F_n$  ein Riemannscher Raum.

### § 1. Der Finslersche Raum. Die Hyperflächen.

Unter einem Finslerschen Raum  $F_n$  (eine Punktmannigfaltigkeit) versteht man in der Cartanschen Theorie der Finslerschen Räume eine  $2n-1$  dimensionale Linienelementmannigfaltigkeit<sup>2)</sup>, auf dem eine Grundfunktion  $\mathcal{L}(x, y)$  definiert ist, welche zu einem regulären Variationsproblem führt. Die Grundfunktion sei mindestens viermal stetig differenzierbar und es sei in der Veränderlichen  $y$  in erster Ordnung positiv homogen. (Hier sind  $x=(x^1, \dots, x^n)$  und  $y=(y^1, \dots, y^n)$ .) Es ist bekannt<sup>3)</sup>, daß die partielle Derivation nach den Veränderlichen  $y^k$  zum Tensor einen Tensor anordnet, und die Ordnung der Homogenität vermindert sich um 1.

Der metrische Grundtensor<sup>4)</sup>, <sup>5)</sup> ist

$$(1.1) \quad g_{ik} := \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathcal{L}^2(x, y)}{\partial y^i \partial y^k}.$$

Die Funktionen  $g_{ik}=g_{ik}(x, y)$  sind in der  $y$  in 0-ter Ordnung homogen, und es gilt

$$(1.2) \quad g_{ij} = g_{ji}.$$

Der Torsionstensor des Raumes ist

$$(1.3) \quad A_{ijk} = \mathcal{L} C_{ijk},$$

---

<sup>1)</sup> E. SZOLCSÁNYI [3].

<sup>2)</sup> E. CARTAN [1].

<sup>3)</sup> H. RUND [2] S. 15.

<sup>4)</sup> Siehe E. CARTAN [1] und H. RUND [2]

<sup>5)</sup> Die lateinischen Indizes laufen von 1 bis  $n$ , die griechischen von 1 bis  $n-1$ .

wo

$$(1.4) \quad C_{ijk} := \frac{1}{2} \frac{\partial g_{ij}}{\partial y^k} = \frac{1}{4} \frac{\partial^3 \mathcal{L}^2(x, y)}{\partial y^i \partial y^j \partial y^k}$$

ist.

Es ist klar, daß  $C_{ijk}$  und  $A_{ijk}$  vollständig symmetrisch sind. Wenn  $l$  den Einheitsvektor bezeichnet, der im Linienelement  $(x, y)$  definiert ist und zu  $y$  parallel ist, dann gilt

$$(1.5) \quad l^i = \frac{y^i}{\mathcal{L}},$$

und

$$(1.6) \quad l_i = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y^i}.$$

Es bestehen noch auch die Beziehungen:

$$(1.7) \quad C_{ijk} l^i = C_{ijk} l^j = C_{ijk} l^k = 0,$$

$$(1.8) \quad A_{ijk} l^i = A_{ijk} l^j = A_{ijk} l^k = 0.$$

Der Raum  $F_n$  ist dann und nur dann Riemannscher Raum, wenn die Bedingungen

$$(1.9) \quad C_{ijk} = 0,$$

$$(1.10) \quad A_{ijk} = 0$$

und

$$(1.11) \quad A_i = 0,$$

welche miteinander äquivalent sind, gelten. Hier ist

$$(1.12) \quad A_i = \sum_{j=1}^n A_i^j j.$$

Wir nehmen an, daß die Hyperfläche  $F_{n-1}$  des Raumes  $F_n$  durch die parametrische Form

$$(1.13) \quad x^i = x^i(u^1, \dots, u^{n-1}),$$

oder kurz<sup>6)</sup>

$$(1.14) \quad x^i = x^i(u)$$

gegeben werden kann. Wir bezeichnen das Linienelement mit  $(u, v)$ , wenn es zur Hyperfläche  $F_{n-1}$  gehört. Das Linienelement  $(u, v)$  der Hyperfläche fällt mit dem Linienelement  $(x, y)$  des Raumes zusammen, wenn

$$(1.15) \quad x^i = x^i(u^x)$$

und

$$(1.16) \quad y^i = y_\alpha^i v^\alpha$$

erfüllt sind, wo

$$(1.17) \quad x_\alpha^i := \frac{\partial x^i}{\partial u^\alpha}$$

<sup>6)</sup> S. die Fußnote <sup>5)</sup>.

ist. Wir nehmen an, daß

$$(1.18) \quad \text{rang } \|x_\alpha^i\| = n-1$$

ist. Aus der Formel (1.16) folgt, daß

$$(1.19) \quad \frac{\partial y^i}{\partial v^\alpha} = x_\alpha^i.$$

Es ist natürlich daß

$$(1.20) \quad \frac{\partial x_\alpha^i}{\partial v^\beta} = 0$$

ist. Bezeichnet  $\xi_\alpha$  den Vektor  $(x_\alpha^1, \dots, x_\alpha^n)$ , dann spannen diese Vektoren den Tangentialraum  $T_{(x)}F_{n-1}$  auf. Sie bilden eine Basis in  $T_{(x)}F_{n-1}$ . Wenn  $n$  der Normalenheitsvektor der Hyperfläche in  $(u)$  ist, der im Linienelement  $(u, v)$  definiert wird, d. h. gelten die Beziehungen

$$(1.21) \quad \langle n, n \rangle = 1$$

$$(1.22) \quad \langle n, \xi_\alpha \rangle = 0,$$

dann bilden  $\xi_1, \dots, \xi_{n-1}, n$  eine Basis von  $T_{(x)}F_n$ , wo das Symbol  $\langle, \rangle$  das innere Produkt im Raum  $F_n$  bezeichnet. Wir benötigen noch die zur Basis  $\xi_1, \dots, \xi_{n-1}, n$  duale Basis. Wir werden diese mit  $\xi^{*\alpha}$  ( $\alpha=1, \dots, n-1$ ) und mit  $n^*$  bezeichnen. Natürlich gelten die Relationen:

$$(1.23) \quad \langle \xi_\alpha, \xi^{*\beta} \rangle = \delta_\alpha^\beta,$$

$$(1.24) \quad \langle \xi_\alpha, n^* \rangle = 0,$$

$$(1.25) \quad \langle n, \xi^{*\alpha} \rangle = 0,$$

$$(1.26) \quad \langle n, n^* \rangle = 1.$$

Aus den Formeln (1.21)–(1.26) folgen<sup>7)</sup>

$$(1.27) \quad x_\alpha^i x_i^\beta = \delta_\alpha^\beta$$

und

$$(1.28) \quad x_\alpha^i x_j^\alpha = \delta_j^i - n^i n_j.$$

Dann ist  $\xi^{*\alpha} = (x_1^\alpha, \dots, x_n^\alpha)$ .

Der metrische Grundtensor<sup>8)</sup>  $\bar{g}$  der Hyperfläche

$$(1.29) \quad \bar{g} = pr g$$

ist. Deshalb gilt

$$(1.30) \quad g_{\alpha\beta} = x_\alpha^i x_\beta^j g_{ij}.$$

Ähnlich bestehen die Relationen:

$$(1.31) \quad \bar{C} = pr C,$$

$$(1.32) \quad \bar{A} = pr A,$$

<sup>7), 8)</sup> E. SZOLCSÁNYI [3] und O. VARGA [4].

d. h.

$$(1.33) \quad C_{\alpha\beta\gamma} = x_{\alpha}^i x_{\beta}^j x_{\gamma}^k C_{ijk},$$

$$(1.34) \quad A_{\alpha\beta\gamma} = x_{\alpha}^i x_{\beta}^j x_{\gamma}^k A_{ijk}.$$

Es gilt noch

$$(1.35) \quad A_{\alpha\beta\gamma} = LC_{\alpha\beta\gamma},$$

wo

$$(1.36) \quad L(u, v) := \mathcal{L}(x(u), y(u, v))$$

ist. Die Darstellung<sup>9)</sup> des Tensors  $C$  ist in Basis  $(\zeta^{*1}, \dots, \zeta^{*n-1}, \eta^*)$ :

$$(1.37) \quad \begin{aligned} C = & C_{\alpha\beta\gamma} \zeta^{*\alpha} \otimes \zeta^{*\beta} \otimes \zeta^{*\gamma} + C_{n\beta\gamma} n^* \otimes \zeta^{*\beta} \otimes \zeta^{*\gamma} + C_{\alpha n\gamma} \zeta^{*\alpha} \otimes n^* \otimes \zeta^{*\gamma} + \\ & + C_{\alpha\beta n} \zeta^{*\alpha} \otimes \zeta^{*\beta} \otimes n^* + C_{nn\gamma} n^* \otimes n^* \otimes \zeta^{*\gamma} + C_{n\beta n} n^* \otimes \zeta^{*\beta} \otimes n^* + \\ & + C_{\alpha nn} \zeta^{*\alpha} \otimes n^* \otimes n^* + C_{nnn} n^* \otimes n^* \otimes n^*. \end{aligned}$$

Damit ist die Darstellung des Tensors  $A$  vollständig analog. Endlich besteht auch die Beziehung

$$(1.38) \quad g_{ij} = x_i^{\alpha} x_j^{\beta} g_{\alpha\beta} + n_i n_j.$$

## § 2. Finslersche Räumen, in welchen zu allen Linienelementen tangentielle Hyperfläche mit Riemannscher Maßbestimmung existiert.

Sei  $(x, y)$  ein beliebiges Linienelement im Raum  $F_n$  und  $F_{n-1}$  eine Hyperfläche mit Riemannscher Maßbestimmung, welche das Linienelement berührt. Wir bezeichnen mit  $g_{ij}$  bzw. mit  $g_{\alpha\beta}$  des Grundtensors des Raumes  $F_n$  bzw. der Hyperfläche  $F_{n-1}$  im Linienelement  $(x, y) = (u, v)$ . Gemäß der Formel (1.38) gilt es

$$(2.1) \quad g_{ij} = x_i^{\alpha} x_j^{\beta} g_{\alpha\beta} + n_i n_j.$$

Das erste Glied der Gleichung (2.1) ist von  $v$  unabhängig. Aus (2.1) und (1.4) folgt

$$(2.2) \quad 2C_{ijk} = n_{ik} n_j + n_i n_{jk},$$

wo

$$(2.3) \quad n_{ik} := \frac{\partial n_i}{\partial v^k}$$

ist.

Vertauschen wir die Indizes  $i, k$  und bilden wir die Differenz  $2C_{ijk} - 2C_{kij}$ . Zuzufolge der Symmetrie des Tensors  $C$  bekommen wir, daß

$$(2.4/a) \quad (n_{ik} - n_{ki}) n_j + n_i n_{jk} - n_k n_{ij} = 0$$

ist. Vollständig ähnlicherweise bekommen wir (mit dem Vertauschen der Indizes  $j, k$ ):

$$(2.4/b) \quad (n_{jk} - n_{kj}) n_i + n_j n_{ik} - n_k n_{ij} = 0.$$

<sup>9)</sup> S. E. SZOLCSÁNYI [3] (2.21) und O. VARGA [4] (2.11)

Die Differenz von (2.4/a) und (2.4/b) ist

$$(2.5) \quad n_{kj}n_i - n_{ki}n_j = 0$$

gleich.

**Lemma 1.** *Es sei  $(x, y)$  ein beliebiges Linienelement des Raumes  $F_n$ . Wir nehmen die Existenz einer Hyperfläche mit Riemannscher Maßbestimmung an, die das Linienelement  $(x, y)$  berührt. Wenn  $t \in T_{(x)}F_{n-1}$  gilt, dann folgt*

$$(2.6) \quad t^i C_{ijk} = 0$$

wo  $t = t^i e_i$  ist.

BEWEIS. Zuzufolge unserer Bedingung ist  $\langle t, n \rangle = 0$ . Aus (2.5) folgt

$$(n_{ki} t^i) n_j = 0.$$

Wenn wir mit  $n_j$  diese Formel überschieben, dann bekommen wir aus (1.26) die Beziehung

$$(2.7) \quad n_{ki} t^i = 0.$$

Dies überschieben wir mit  $t^k$ , dann besteht nach (2.7) die Relation

$$2C_{ijk} t^k = (n_{ik} t^k) n_j + n_i (n_{jk} t^k) = 0.$$

Aus dieser Relation — zufolge der Symmetrie des Tensors  $C$  — folgt

$$(2.8) \quad C_{ijk} t^i = C_{ijk} t^j = C_{ijk} t^k = 0.$$

Anmerkungen: 1°. Zuzufolge (1.3) gilt es

$$(2.9) \quad A_{ijk} t^i = A_{ijk} t^j = A_{ijk} t^k = 0$$

2°. Es ist klar, daß noch auch

$$(2.10) \quad C_{ijk} x_\alpha^i = C_{ijk} x_\beta^j = C_{ijk} x_\gamma^k = 0,$$

$$(2.11) \quad A_{ijk} x_\alpha^i = A_{ijk} x_\beta^j = A_{ijk} x_\gamma^k = 0$$

gelten.

3°. Die Formel (2.10) bedeutet: wenn  $t \in T_{(x)}F_{n-1}$  ein beliebiger Vektor ist, dann ist die Verjüngung des Tensors

$$C \otimes t$$

(nebst zwei beliebigen Indizes) gleich 0.

**Lemma II.** *Nehmen wir an, daß zu einem Linienelement  $(x, y)$  des Finslerschen Raumes  $F_n$  mindestens eine tangentielle Hyperfläche  $F_{n-1}$  mit Riemannscher Maßbestimmung existiert. Dann ist*

$$(2.12) \quad C = C_{nnn} n^* \otimes n^* \otimes n^*.$$

Anmerkung: Wenn wir die Vargasche Konvention einführen

$$(2.13) \quad C_{\times \times \times} = C_{pqr} n^p n^q n^r,$$

dann kann die Formel (2.12) in der Form

$$C_{ijk} = C_{\times \times \times} n_i n_j n_k$$

geschrieben<sup>10)</sup> werden.

BEWEIS. Betrachten wir die Darstellung (1.37) des Tensors  $C$ . In diesem Falle ist der Wert der Form

$$\xi_{\bar{\alpha}} \otimes n \otimes \xi_{\bar{\gamma}}$$

auf dem Tensor  $C$  nach (1.23)—(1.26)

$$0 = C_{\bar{\alpha} n \bar{\gamma}}$$

gleich. Da  $\bar{\alpha}$  und  $\bar{\gamma}$  beliebig sind, deshalb ist

$$(2.14/a) \quad C_{\alpha n \gamma} = 0.$$

Ähnlich bekommen wir mit der Verwendung des Tensors

$$n \otimes \xi_{\bar{\beta}} \otimes \xi_{\bar{\alpha}} \quad \text{bzw.} \quad \xi_{\bar{\alpha}} \otimes \xi_{\bar{\beta}} \otimes n,$$

daß

$$(2.14/b) \quad C_{n \beta \alpha} = C_{\alpha \beta n} = 0$$

ist. Da der Raum  $F_{n-1}$  Riemannscher ist, deshalb gilt

$$(2.14/c) \quad C_{\alpha \beta \gamma} = 0.$$

Wir bekommen, daß

$$C = C_{nn\gamma} n^* \otimes n^* \otimes \xi^{*\gamma} + C_{n\beta n} n^* \otimes \xi^{*\beta} \otimes n^* + \\ + C_{\alpha nn} \xi^{*\alpha} \otimes n^* \otimes n^* + C_{nnn} n^* \otimes n^* \otimes n^*$$

ist. Mit der Hilfe der Methode, die wir in Anfang des Beweises angewandt haben, aber mit den Anwendungen der Tensoren  $n \otimes n \otimes \xi_{\bar{\gamma}}$ ;  $n \otimes \xi_{\bar{\beta}} \otimes n$  und  $\xi_{\bar{\alpha}} \otimes n \otimes n$  bekommen wir:

$$(2.16) \quad C_{nn\gamma} = C_{n\beta n} = C_{\alpha nn} = 0.$$

Aus (2.15) und (2.16) folgt schon unsere Behauptung.

Anwendung: Die Gleichung  $C_{\alpha\beta\gamma}=0$  kann man mit der obigen Methode, mit Hilfe der Anwendung des Tensors  $\xi_{\bar{\alpha}} \otimes \xi_{\bar{\beta}} \otimes \xi_{\bar{\gamma}}$ , bekommen. Deshalb ist es genügend im Lemma II. anzunehmen, daß die Relation (2.6) gilt, und die Hyperfläche mit Riemannscher Maßbestimmung unnötig ist.

**Lemma III.** Sei  $F_{n-1}$  eine Hyperfläche mit Riemannscher Maßbestimmung, und nehmen wir  $(x) = (x^1, \dots, x^n) \in F_{n-1}$  an. Wir betrachten die Menge der Linienelementen  $(x, y)$  mit Zentrum  $(x)$ , die die Hyperfläche  $F_{n-1}$  berührt. Die Koordinaten  $C_{ijk}$  des Tensors  $C$  sind im ganzen Raume Funktionen der Linienelementen, d. h.  $C_{ijk} = C_{ijk}(x, y)$  ist. Bezeichnen wir mit  $\tilde{C}_{ijk}$  die Beschränkung der Funktion  $C_{ijk}$  auf die obige Linienelementmenge. In diesem Falle ist  $\tilde{C}_{ijk} = \tilde{C}_{ijk}(v)$ . Wir behaupten daß

$$(2.17) \quad \frac{\partial \tilde{C}_{ijk}}{\partial v^\alpha} = 0 \quad (\alpha = 1, \dots, n-1)$$

ist.

<sup>10)</sup> S. O. VARGA [4] bzw. E. SZOLCSÁNYI [3].

BEWEIS. Es gilt in allen Linienelementen der Hyperfläche  $F_{n-1}$  nach (1.16)

$$(2.18) \quad y^l = x_\alpha^l v^\alpha.$$

Mit der Anwendung der Formel (1.19) bekommen wir

$$(2.19) \quad \frac{\partial \tilde{C}_{ijk}}{\partial v^\alpha} = \frac{\partial \tilde{C}_{ijk}}{\partial y^l} \cdot \frac{\partial y^l}{\partial v^\alpha} = \frac{\partial C_{ijk}}{\partial y^l} x_\alpha^l.$$

Zufolge (1.4) ist

$$(2.20) \quad \frac{\partial C_{ijk}}{\partial y^l} x_\alpha^l = \frac{\partial C_{ijk}}{\partial y^l} x_\alpha^k.$$

Aus (1.20) folgt

$$(2.21) \quad \frac{\partial}{\partial y^l} (C_{ijk} x_\alpha^k) = \frac{\partial C_{ijk}}{\partial y^l} x_\alpha^k.$$

Die  $F_{n-1}$  ist ein Riemannscher Raum und  $(x_\alpha^1, \dots, x_\alpha^n) \in T_{(x)} F_{n-1}$ , deswegen gilt nach dem Lemma I.

$$(2.22) \quad \frac{\partial C_{ijk}}{\partial y^l} x_\alpha^k = 0.$$

Aus (2.22) und (2.19) folgt bereits die Behauptung des Lemmas.

**Lemma IV.** Wenn zu dem Linienelement  $(x, y) \in F_n$  zwei orthogonale berührende Hyperflächen mit Riemannscher Maßbestimmung existieren, dann ist

$$(2.23) \quad C_{ijk}(x, y) = 0.$$

BEWEIS. Im Punkt  $(x)$  des Raumes  $F_n$  wählen wir das Koordinatensystem folgendermaßen: wir betrachten eine der Hyperflächen mit Riemannscher Maßbestimmung, die das Linienelement  $(x, y)$  berührt. Diese Hyperfläche bezeichnen wir mit  $F_{n-1}^1$  und, wir nehmen an, daß die Tangentialvektoren der Parameterlinien dieser Hyperfläche  $\xi_1, \dots, \xi_{n-1}$  im Punkt  $(x)$  sind. Man kann annehmen, daß diese Vektoren eine orthonormierte Basis des Raumes  $T_{(x)} F_{n-1}^1$  bilden. (Dies kann man mit einer Koordinatentransformation erreichen.) Sei  $n$  der Normaleinheitsvektor der Hyperfläche  $F_{n-1}^1$  im  $(x)$ . In diesem Falle bilden die Vektoren  $\xi_1, \dots, \xi_{n-1}, n$  eine orthonormierte Basis des Raumes  $T_{(x)} F_n$ . Wir bezeichnen mit  $F_{n-1}^2$  die andere Hyperfläche mit Riemannscher Maßbestimmung, die das Linienelement  $(x, y)$  enthält. Man kann leicht mit einer neueren Koordinatentransformation erreichen, daß der Vektor  $\xi_k$  im Punkt  $(x)$  der Normaleinheitsvektor der Hyperfläche  $F_{n-1}^2$  sei. In diesem Falle wird der Raum  $T_{(x)} F_{n-1}^2$  durch die Vektoren  $\xi_1, \dots, \xi_{k-1}, \xi_{k+1}, \dots, \xi_n, n$  aufgespannt. Wir parametrisieren die  $F_{n-1}^2$  so, daß die Tangenten der Parameterlinien die obigen Basisvektoren des Raumes  $T_{(x)} F_{n-1}^2$  seien. Dann gilt die Darstellung (1.37) des Tensors  $C$ . Dem Lemma II. zufolge ((2.12)) ist

$$(2.24/a) \quad C = C_{nnn} n^* \otimes n^* \otimes n^*.$$

Wenn wir das Lemma II. auf die  $F_{n-1}^2$  anwenden, bekommen wir:

$$(2.24/b) \quad C = C_{kkk} \xi^{*k} \otimes \xi^{*k} \otimes \xi^{*k}, \quad k \neq n.$$

Deshalb folgt aus (2.24/a) und (2.24/b), daß

$$(2.25) \quad C = 0$$

ist.

Endlich beweisen wir den folgenden

**Satz.** Wenn zu jedem Linielement  $(x, y)$  des Finslerschen Raumes  $F_n$  mindestens eine Hyperfläche mit Riemannscher Maßbestimmung existiert, die dieses Linielement berührt, dann ist der Raum  $F_n$  ein Riemannscher Raum.

**BEWEIS.** Sei  $(x, y)$  ein beliebiges Linielement, und  $F_{n-1}^1$  eine tangentielle Hyperfläche mit Riemannscher Maßbestimmung. Wir bezeichnen mit  $n$  den Normal-einheitsvektor der Hyperfläche  $F_{n-1}^1$  in  $(x)$ . Zuzufolge des Lemmas III. ist der Tensor  $\tilde{C}$  auf der Menge der Linielementen mit gemeinsamem Zentrum  $(x)$  eine Konstante, d.h.

$$(2.26) \quad \tilde{C}(x, y) = \text{const}$$

ist.

Jetzt betrachten wir das Linielement  $(x, n)$ . Nach unserer Bedingung existiert eine Hyperfläche  $F_{n-1}^2$  mit Riemannscher Maßbestimmung, die das Linielement  $(x, n)$  berührt. Natürlich enthält der  $T_{(x)}(F_{n-1}^1) \cap T_{(x)}(F_{n-1}^2)$  irgendeines Linielement  $(x, y')$ . Diesem Linielement passen sich wenigstens zwei orthogonale Hyperflächen mit Riemannscher Maßbestimmung an; wir haben sie mit  $F_{n-1}^1$  und  $F_{n-1}^2$  bezeichnet. Nun folgt aus dem Lemma IV. ((2.23)) daß

$$(2.27) \quad \tilde{C}(x, y') = 0.$$

ist. Aus den Formeln (2.26) und (2.27) folgt unsere Behauptung, weil  $C(x, y) = \tilde{C}(x, y)$  im Definitionsbereich des Tensors  $\tilde{C}$  ist.

*Bemerkung:* Im Beweis benutzen wir natürlich, daß  $n \geq 3$  ist.

### Literatur

- [1] E. CARTAN, Les espaces de Finsler. *Paris*, 1934.
- [2] H. RUND, The differential geometry of Finsler spaces. *Berlin*, 1959.
- [3] E. SZOLCSÁNYI, Hyperflächen mit Riemannscher Maßbestimmung im Finslerschen Raum. *Publ. Math. (Debrecen)* **22**. (1975), 133—150.
- [4] O. VARGA, Zur Differentialgeometrie der Hyperflächen in Finslerschen Räumen. *Deutsche Math.* **6**. (1941), 192—212.

(Eingegangen am 3. Juli 1976.)